

Schémas monolithiques GD/VF de sous-maillages : préservation des propriétés convexes et stabilités entropiques

François Vilar

Université de Montpellier

Cette présentation vise à introduire un schéma monolithique GD/VF (Galerkin Discontinu/Volumes Finis) préservant les propriétés convexes (principes du maximum, positivité, entropie, ...) pour la résolution des systèmes de lois de conservation sur maillages non-structurés. Il est bien connu que les méthodes Galerkin discontinues (GD) nécessitent une limitation non linéaire pour éviter les oscillations parasites ou les instabilités non linéaires, susceptibles de provoquer l'arrêt anticipé du code de simulation. L'idée principale de ce travail est d'améliorer la robustesse des schémas GD tout en préservant autant que possible leur grande précision et leur résolution de sous-maille. Pour ce faire, une combinaison convexe entre un schéma GD d'ordre élevé et un schéma volumes finis (VF) d'ordre un sera localement effectué, à l'échelle des sous-maillages, où cela sera nécessaire. À cette fin, nous prouverons tout d'abord qu'il est possible de réécrire un schéma GD comme un schéma VF défini sur un sous-maillage, en introduisant des flux numériques spécifiques, qu'on appellera flux reconstruits GD. Le schéma monolithique GD/VF sera alors défini de la manière suivante : à chaque face de chaque sous-cellule seront assignés deux flux, un flux VF d'ordre un et un flux reconstruit d'ordre élevé, qui seront finalement combinés de manière convexe. L'objectif est alors de déterminer, par analyse, les coefficients de combinaison optimaux pour atteindre les propriétés souhaitées (par exemple, positivité, absence d'oscillations, inégalités d'entropie) tout en préservant la grande précision du schéma. Des résultats numériques sur divers types de problèmes hyperboliques seront présentés pour évaluer les performances de la méthode proposée. Grâce à ce formalisme monolithique, nous tenterons de répondre à certaines questions : est-il possible d'assurer une stabilité entropique ? de quelle stabilité entropique parlons-nous (discrète, semi-discrète, de maille, de sous-maille, pour quelle entropie, ...) ? quels sont les coûts de telles stabilités (en terme de précision ou de perte d'autres propriétés) ? À quel point est-ce essentiel pour les problèmes qui nous intéressent ? Nous présenterons différents résultats numériques pour tenter de partiellement répondre à ces questions.